

# Állóhullámok megfeszített, rugalmas húrban

A mérés célja:

- az állóhullámokkal kapcsolatos ismeretek elmélyítése,
- az állóhullámokra és a hullámterjedésre vonatkozó legfontosabb összefüggések kísérleti ellenőrzése.

A cél érdekében:

- összefoglaljuk az állóhullámokra vonatkozó alapvető ismereteket,
- megvizsgáljuk egy mindkét végén rögzített húrban kialakuló állóhullámokat,
- hullámhossz- és frekvenciamérésekkel meghatározzuk a húrban a hullám terjedési sebességét, és annak függését a húr jellemző adataitól.

## 1. Elméleti összefoglaló

Kísérleteink során mindkét végén rögzített húrban terjedő hullámokat vizsgálunk. A hullám leírásánál feltételezzük, hogy a hullámterjedés egydimenziósnak tekinthető (a hullám a húr mentén terjed), a hullám transzverzális (a húr pontjainak elmozdulásvektorai a húrra merőlegesek) és síkban polarizált (a pontok elmozdulásvektorai mindig ugyanabban a síkban vannak). Ez azt jelenti, hogy a húr pontjainak az egyensúlyi helyzetből való kitérése (elmozdulása) egyetlen skaláris mennyiséggel jellemezhető. A hullám leírására a fentiek alapján a húrral párhuzamosan választott  $x$ -tengely esetén a

$$c^2 \frac{\partial^2 \Psi(x,t)}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \Psi(x,t)}{\partial t^2}, \quad (1)$$

egydimenziós hullámegyenletet használhatjuk. Itt  $x$  a koordináta,  $t$  az idő,  $\Psi(x,t)$  a kitérés hely- és időfüggését megadó - tehát a hullám terjedését leíró - hullámfüggvény,  $c$  pedig a hullám terjedési sebessége a húron. Ha a hullámegyenletet a húr esetére levezetjük, akkor kiderül, hogy a  $c$  terjedési sebessége a húrt megfeszítő erőből ( $F$ ) és a húr egységnyi hosszára jutó tömegtől ( $\mu$ ) függ, és ezekkel az alábbi módon fejezhető ki

$$c = \sqrt{\frac{F}{\mu}}. \quad (2)$$

A húrban valamilyen külső gerjesztés hatására kialakuló hullám általában igen bonyolult. Tapasztalatból tudjuk azonban, hogy meghatározott frekvenciákon történő gerjesztés esetén a húron, a végekről visszaverődő hullámok interferenciája révén sajátos, állandósult hullámalakzat - ún. állóhullám - jön létre. Ennek jellegzetessége az, hogy a húr meghatározott szakaszán levő pontok azonos fázisban rezegnek, a rezgés amplitúdója pedig a hely függvénye. Ez matematikailag úgy fogalmazható meg, hogy az (1) egyenletnek létezik olyan megoldása, amely egy csak helytől és egy csak időtől függő függvény szorzata [az (1) parciális differenciálegyenletben a változók szeparálhatók]. Harmonikus gerjesztés esetén ez a megoldás a

$$\varphi(x,t) = \varphi(x) \sin(\omega t + \alpha) \quad (3)$$

alakban írható fel, ahol  $\omega = 2\pi\nu$  a rezgés körfrekvenciája ( $\nu$  frekvencia, Hz),  $\alpha$  pedig a fázisshift.

A (3) megoldást az (1) egyenletbe helyettesítve az időfüggő rész kiesik, a helyfüggő részre pedig - amely a rezgés amplitúdójának a húr mentén való változását adja

meg - az alábbi közönséges másodrendű differenciálegyenletet eredményezi:

$$\frac{d^2 \varphi(x)}{dx^2} + k^2 \varphi(x) = 0. \quad (4)$$

Az egyenletben bevezettük a  $k$  hullámszámot, amelyet a  $k = \omega/c$  összefüggés definiál.

A (4) egyenlet általános megoldása

$$\varphi(x) = A \sin(kx) + B \cos(kx), \quad (5)$$

ahol  $A$  és  $B$  tetszőleges állandók, melyeket a konkrét fizikai feltételek határoznak meg. Esetünkben az egyik ilyen feltétel az, hogy a húr két vége rögzített, ami azt jelenti, hogy itt a kitérés mindig nulla. Emiatt a matematikailag lehetséges (5) általános megoldásnak csak olyan alakjai lehetnek elfogadhatóak, amelyekre fennáll, hogy

$$\varphi(0) = 0, \quad (6a)$$

$$\varphi(L) = 0, \quad (6b)$$

(koordináta-rendszerünk kezdőpontja a húr egyik vége, így a másik végpont koordinátája  $L$ , a húr hossza).

Könnyen belátható, hogy a (6a) határfeltétel csak  $B = 0$  esetén elégíthető ki, vagyis a megoldás csak egy

$$\varphi(x) = A \sin(kx) \quad (7)$$

típusú függvény lehet, de a (6b) feltétel miatt ez is csak akkor, ha a  $k$  hullámszám értéke a

$$k_n = n \frac{\pi}{L}, \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (8)$$

összefüggéssel meghatározott értékeket veszi fel.

Mivel a  $k$  hullámszám a  $\lambda$  hullámhosszal egyértelmű kapcsolatban van ( $k = 2\pi/\lambda$ ), a (8) feltétel azt jelenti, hogy állóhullám csak meghatározott

$$\lambda_n = \frac{2L}{n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (9)$$

hullámhosszak esetén jön létre. Ez a  $\nu = c/\lambda$  összefüggés miatt egyben azt is jelenti, hogy meghatározott  $c$  terjedési sebességgel [ami húrnál a (2) egyenlet miatt meghatározott feszítő erő és lineáris sűrűséget jelent] a húr  $\nu$  rezgési frekvenciája sem lehet tetszőleges, hanem csak a

$$\nu_n = n \frac{c}{2L} \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (10)$$

értékeket veheti fel. Ezek a frekvenciák a húr rezonanciafrekvenciái.

A fentiek alapján a határfeltételeket kielégítő megoldások az alábbi alakban írhatók fel

$$\varphi_n(x) = A_n \sin\left(\frac{n\pi}{L}x\right) \quad (n=1,2,3,\dots) \quad (11)$$

Az  $A_n$  állandót - vagyis az amplitúdó maximális értékét - a gerjesztés körülményei (a kezdeti feltételek) határozzák meg, ez azonban vizsgálataink szempontjából érdektelen. Feltételezve, hogy a húrban egyetlen  $n$  értéknek megfelelő állóhullám-alakzat jött létre, az (1) egyenlet megoldása végül az alábbi módon írható fel

$$\psi_n(x,t) = A_n \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda_n} x\right) \sin(\omega_n t + \alpha_n),$$

(12) ahol  $n$  ismét tetszőleges egész szám. A létrejött állóhullám lehet-

séges amplitúdó-eloszlásait a (11) megoldás adja meg. A megfelelő - csomópontokat és duzzadóhelyeket tartalmazó - amplitúdóeloszlások az 1 ábrán láthatók néhány  $n$  érték esetén. A (11) egyenletből az is látszik, hogy adott  $n$  esetén a csomópontok egymástól mért  $d_n$  távolsága

$$d_n = \frac{L}{n} = \frac{\lambda_n}{2}. \quad (13)$$

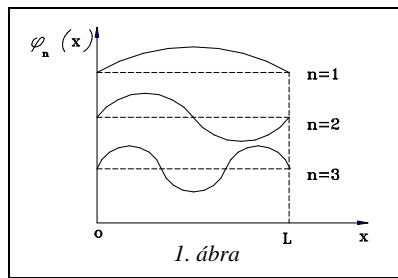
A különböző  $n$  értékekhez a (10) összefüggésnek megfelelően - különböző frekvenciák ill. hangmagasságok tartoznak. A szokásos elnevezés szerint az  $n = 1$  értékhez tartozó frekvencia a húr alaprezgése, míg a magasabb értékekhez tartozók a felharmonikusok.

A rezgő húr a levegőben longitudinális mechanikai hullámot kelt, ezt nevezük hangnak, amennyiben frekvenciája az emberi fül érzékelési tartományába esik. Tehát a húr rezgését egy közvetítő közeg által halljuk, de az egyszerűbb megfogalmazás miatt szokás a húr hangjáról beszélni. Itt jegyezzük meg, hogy egy húr szokásos gerjesztésekor (pl.: pengetéssel, vonóval) általában sok lehetséges rezgési forma jelenik meg egyidejűleg. [Matematikailag ez azt jelenti, hogy a hullámegyenlet megoldása az egyes rezgési formákhoz tartozó (12) típusú megoldások összege.] Egy húrnak azért lehet mégis meghatározott hangmagassága, mert az alaphang amplitúdója rendszerint sokkal nagyobb, mint a felharmonikusoké. Mindig megszólalnak azonban a felharmonikusok is: ezek határozzák meg a húr hangjának hangszínét. Ezért tudjuk megállapítani, hogy egy adott magasságú hangnak milyen hangszer a forrása.

Méréseink során harmonikus (szinuszos) gerjesztést alkalmazunk, ezért a húrbán a frekvencia megfelelő megválasztásával különböző  $n$  értékekhez tartozó állóhullám-formákat tudunk létrehozni. Mivel azonban a gerjesztés meglehetősen bonyolult folyamat, a létrejött hullámalakzat meghatározásánál legyünk óvatosak és azt ne a gerjesztő rezgés frekvenciája alapján, hanem közvetlen mérés útján próbáljuk azonosítani. A gerjesztés során ugyanis - minden igyekezetünk ellenére - a húrbán több rezgési forma gerjesztődik és előfordulhat, hogy ezek közül nem a gerjesztő rezgés frekvenciájának, hanem valamelyik felharmonikusának megfelelő forma válik dominánssá. Így a gerjesztett rezgés frekvenciája a gerjesztő frekvencia egészszámú többszöröse is lehet.

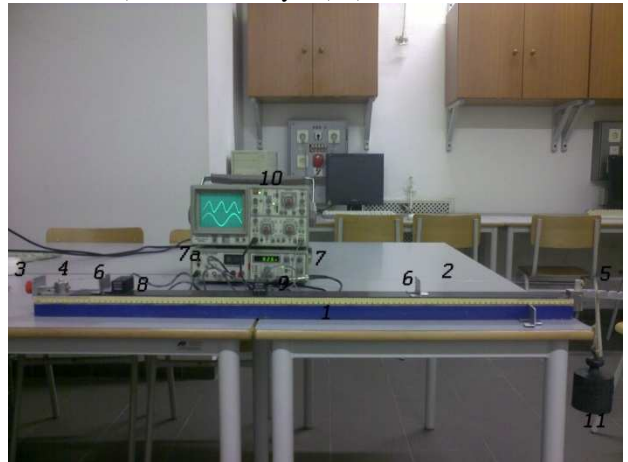
## 2. A mérőberendezés és használata

A mérőberendezés (2. ábra) egy alaplapra (1) szerelt, megfeszített acél húr (2), melynek végei egy csavarral (3) mozgatható alumínium tömbhöz (4) ill. a kétkarú emelőhöz (5) csatlakoznak. A húrhosszúság csúsztatható támaszokkal (6) szabályozható. A rezgést egy függvénygenerátorral (7) és teljesítményerősítővel (7a) meghaj-



1. ábra

tott gerjesztő tekercs (8) hozza létre mágneses csatolás révén, melynek hatására transzverzális- és gyakorlatilag síkban polarizált hullámok keletkeznek a húron. A létrejövő rezgést egy detektor-tekercs (9) észleljük, melynek jelét (a gerjesztő jellel együtt) kétsugaras oszcilloszkópon (10) jelenítjük meg. A hűrt feszítő erőt az (5) emelő megfelelő karjára (a hosszabb, a használat során a vízszintes kar) akasztott súllyal (11) hozzuk létre.



2. ábra

A húr rögzítése: Az (5) emelő karján levő részbe a húr egyik végét úgy helyezzük be, hogy a rajta levő sárgaréz bütyök megakadjon, a másik végén levő fület pedig a (4) tömbön levő csavarra akasztjuk. Ehhez a tömböt a (3) csavarral a szükséges mértékben elmozdítjuk. Ezután ugyanezen csavarral a húrt megfeszítjük, úgy hogy az emelő erőkarja vízszintes legyen.

A berendezéssel a mérés szempontjából fontos paraméterek az alábbi módon változtathatók:

- A húr vizsgált hosszát a (6) támaszok eltolásával változtathatjuk.
- A húrt feszítő erőt az erőkarra akasztott tömeg helyének (az erőkar hosszának) változtatásával szabályozható. Az emelő kialakítása olyan, hogy a feszítő erőt éppen a felakasztott tömeg súlyával egyezik, ha az a tengelytől számított első vájatban van, az erőt kétszeres, ha második vájatban van, háromszoros, ha a harmadik vájatban van stb. (A súly felhelyezése után a (3) csavarral mindig állítsuk be az erőkar vízszintes helyzetét).
- A húr egységnyi hosszra eső tömegét a húr kicserélésével tudjuk változtatni. Az egyes hurok  $\mu$  értéke az átmérő méréséből (csavarmikrométer) az acél ismert ( $7800 \text{ kg/m}^3$ ) sűrűségének felhasználásával számolható ki.
- A húron létrejövő állóhullám alakzatot a függvénygenerátor frekvenciájának változtatásával módosíthatjuk.

A mérés során a függvénygenerátort szinuszos rezgésre állítsuk, a gerjesztő tekercset pedig az egyik támaszhoz közel (kb. 5 cm) helyezzük el (leghatékonyabban csomópont közelében működik)! A függvénygenerátor jelét egy teljesítményerősítőbe vezetjük, ennek kimenetéhez csatlakoztatjuk a gerjesztő tekercs banándugó csatlakozóit. A detektor tekercset kezdetben a vizsgált húrszakasz közepe tájához tesszük, majd a feladatnak megfelelően változtassuk meg helyét. (A detektor a legnagyobb jelet a duzzadóhely közelében adja.) A detektor

tekeres BNC csatlakozóját az oszcilloszkóp CH2 bemenetéhez csatlakoztatjuk.

A különböző állóhullám alakzatok (rezonanciák) keresésekor a gerjesztő frekvenciát kb. 50 Hz-től kezdve lassan növeljük, közben figyeljük a detektor jelét és a húr hangját: stabil állóhullám alakzat (rezonancia) elérésekor a jelnek és a hang erősségének maximuma van. Ha a jel kicsi, először próbáljuk a detektor tekercset elmozdítani, ha ez sem segít, akkor növeljük a gerjesztő jel amplitúdóját. Ügyeljünk arra, hogy a teljesítményerősítőn levő piros LED, ami a túlvezérlést jelzi, ne világítson! A maximum észlelése után a detektort húzzuk végig a húr mentén, és a jel-amplitúdó helyfüggéséből állapítsuk meg az állóhullám jellegét és a hozzátartozó  $n$  értékét. Ha túl nagy a meghajtás, a húr hozzáérzet a gerjesztő tekercshez (kopog), ilyenkor a függvénygenerátoron csökkenteni kell kimenő jel amplitúdóját.

Az állóhullám frekvenciáját mindig a detektor jelének vizsgálatával határozzuk meg: az oszcilloszkóp CH1 bemenetére a függvénygenerátor jelét, vagyis a gerjesztő jelet csatlakoztatjuk, a CH2-n a detektor jele van, így a két jel frekvenciájának azonossága vagy különbözősége jól látható.

### Mérési felszerelés:

Állóhullám berendezés (húr befogó + feszítő, gerjesztő és érzékelő tekercs), hanggenerátor, teljesítményerősítő, kétsugaras oszcilloszkóp, kábelek, terhelő súly.

### Mérési feladatok:

1. Állítsa be a 60 cm-es húr hosszúságot, majd feszítse meg a húrt kb. 60 N erővel (pl. 2 kg tömeget az emelő erőkarjának harmadik vágatába akasztva)! A gerjesztő frekvencia változtatásával állítsa elő az első három ( $n = 1, 2, 3$ ) állóhullám alakzatot! Mind-egyiknél mérje meg a frekvenciát, az egyes csomópontok és duzzadóhelyek koordinátáit (pl. a húr egyik végétől mérve) és a **mért koordináták** alapján állapítsa meg az állóhullám hullámhosszát! Az eredményeket foglalja táblázatba! Ellenőrizze, hogy teljesül-e a (9) összefüggés!

2. Ábrázolja az egyes állóhullám-alakzatok frekvenciáját ( $\nu_n$ ) az alakzat  $n$  sorszámának függvényében, és illesszen egyenest a pontokra! Mérje meg a húr hosszát, majd az egyenes meredekségéből számítsa ki a hang  $c$  terjedési sebességét a húrban! Vesse össze az értéket a (2) összefüggésből számolt hangsebességgel!
3. Állítsa elő az  $n = 1$ -hez tartozó állóhullámot változatlan feszítő erő, de négy másik hosszúság esetén is, és mindegyik esetben mérje meg a rezgés frekvenciáját! Ábrázolja a frekvenciát a húr hosszúság reciprokának függvényében, majd illesszen a mérési pontokra egyenest! Határozza meg ismét a hang terjedési sebességét, és vesse össze a korábban kapott értékekkel!
4. Kiválasztva az egyik húrt, állítson be kb. 60 cm-es húr hosszúságot, akasszon egy súlyt az emelő erőkarjának első vágatába, majd a gerjesztő frekvencia változtatásával állítsa be az első állóhullám alakzatot ( $n = 1$ )! Mérje meg az állóhullám hullámhosszát és frekvenciáját és a  $c = \lambda \nu$  összefüggés alapján számítsa ki a hang terjedési sebességét a húrban! Készítsen táblázatot és írja be a  $F$  feszítő erő, a  $\mu$  lineáris sűrűség, a  $\nu$  alaphfrekvencia és a  $c$  terjedési sebesség értékeit! Ismétlje meg a mérést még négy különböző feszítő erővel (a súlyt helyezze egyre távolabb az emelő tengelyétől) és írja be ismét az adatokat a táblázatba! Ezután közepes feszítő erőnél ismétlje meg a mérést a mérőhelyen található többi húrral, és ismét írja be az adatokat a táblázatba!
5. Az 4. pontban kapott táblázat alapján ellenőrizze a (2) egyenletet! (Az egyenlet szerint állandó  $\mu$  mellett a  $c \sim T^{1/2}$  összefüggés lineáris, állandó  $F$  mellett pedig a  $c \sim \mu^{-1/2}$  összefüggés lineáris.) Ha a táblázat alapján elkészítjük ezeket a grafikonokat, akkor a pontoknak egy egyenesen kell lenniük és a meredekség az első esetben  $\sqrt{1/\mu}$  második esetben pedig  $\sqrt{F}$

# A kényszerrezgés vizsgálata

A harmonikus rezgés alapvető fizikai jelenség. Vibrációk, oszcillációk harmonikus rezgéssel modellezhetők, ha az amplitúdók elég kicsinyek. A harmonikus mozgás differenciálegyenlete nem csupán a klasszikus fizikában (mechanika, villamosságtan), de a kvantumfizikában, szilárdtestfizikában, és optikában is gyakran előfordul.

## 1. Elméleti összefoglaló

### 1.1 Csillapítatlan rezgések

Ha egy  $m$  tömegű anyagi pontra rugalmas erő hat, akkor a mozgásegyenlet  $ma = -Dx$  alakú, ahol  $D$  a rugóállandó,  $x$  a tömegpont kitérése az egyensúlyi helyzetből,  $m$  a tömeg, és  $a$  a gyorsulás.

A mozgásegyenlet megoldása

$$x(t) = A \sin(\omega_0 t + \alpha), \quad (1)$$

ahol  $A$  a kitérési amplitúdó,  $\alpha$  a fázisállandó, vagy kezdőfázis,

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{D}{m}} \quad (2)$$

a csillapítatlan rezgő rendszer körfrekvenciája ( $\omega_0 = 2\pi f_0$ , ahol  $f_0$  a megfelelő frekvencia). A harmonikus rezgőmozgás sebessége

$$v = \frac{dx(t)}{dt} = A\omega_0 \cos(\omega_0 t + \alpha), \quad (3)$$

ahol  $A\omega_0$  a maximális sebesség, a sebesség-amplitúdó.

### 1.2 Csillapodó rezgések

A csillapodást okozó erők gyakran a sebességgel arányosak. Ekkor a tömegpont mozgásegyenlete:  $ma = -Dx - kv$ , ami a  $\delta = k/2m$  csillapodási tényező ( $k$  a súrlódásra jellemző mennyiség) és (2) felhasználásával az alábbi alakra hozható:

$$\frac{d^2 x(t)}{dt^2} + 2\delta \frac{dx(t)}{dt} + \omega_0^2 x = 0. \quad (4)$$

A differenciálegyenlet megoldása  $\omega_0^2 \geq \delta^2$  esetén időben csökkenő amplitúdójú lengéseket eredményez:

$$x(t) = A \exp(-\delta t) \sin(\omega' t + \alpha).$$

A rezgés körfrekvenciája

$$\omega' = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}. \quad (5)$$

Az amplitúdó változás jellemzésére különböző mennyiségeket használnak. A csillapodási hányados két, azonos irányban egymás után következő amplitúdó hányadosa:  $K = x_n/x_{n+1} = \exp(\delta T)$ , ahol  $T = 2\pi/\omega'$ . Használatos még a  $K$  csillapodási hányados logaritmus, az ún. logaritmikus dekrementum:

$$A = \ln K = \delta T. \quad (6)$$

### 1.3 Kényszerrezgések

Egy  $m$  tömegre motor és excenter segítségével időben periodikusan változó erőt alkalmazva egy átmeneti időszak után időben állandósult rezgés alakul ki, melynek

frekvenciája megegyezik a kényszerítő erő frekvenciájával míg amplitúdója függ az erőtől, a rugóállandótól, a tömegtől, a csillapítástól valamint a gerjesztő frekvenciától. Az anyagi pont mozgásegyenlete ekkor:  $ma = -Dx - kv + F_o \sin \omega t$ . Az (1) egyenletnél bevezetett jelöléseket alkalmazva másodrendű lineáris, inhomogén differenciálegyenletet kapunk:

$$\frac{d^2 x(t)}{dt^2} + 2\delta \frac{dx(t)}{dt} + \omega_0^2 x = \frac{F_o}{m} \sin(\omega t), \quad (7)$$

ahol  $F_o$  a kényszerítő erő maximális értéke. Az egyenlet megoldása:

$$x = A \exp(-\delta t) \sin(\omega' t + \alpha) + \frac{F_o}{m \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\delta^2 \omega^2}} \sin(\omega t + \varphi) \quad (8)$$

melynek második tagja írja le az állandósult állapotot. A  $\varphi$  fázisállandó nem az időmérés kezdetétől függ, hanem a kényszerítő erő fázisától való eltérés. Az állandósult állapot amplitúdójának maximuma van az

$$\omega_{max} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2} \quad (9)$$

frekvenciánál, míg a fázisállandó

$$\tan \varphi = \frac{2\delta \omega}{\omega_0^2 - \omega^2}. \quad (10)$$

A kényszerrezgés energiaviszonyainak jellemzésére az egy periódus alatt disszipált energia  $\langle W \rangle$  és a rendszerben tárolt átlagos energia  $\langle P \rangle$  hányadosával arányos *jósaági tényezőt* használjuk

$$Q = 2\pi \frac{\langle W \rangle}{T \langle P \rangle} = \frac{\omega_0}{2\delta}. \quad (11)$$

## 2. A kísérleti berendezés leírása.

A kísérleti berendezés az 1. fénykép látható. Az alul elhelyezkedő elektronikai egység hátsó lapján található a kényszererőt létrehozó excenter.



1. fénykép

A kényszerítő amplitúdója az amplitúdó-rúd helyzetének változtatásával szabályozható, ami a kényszerített kifejtő

zsinór rögzítési pontja és az excenter középpontja közötti távolságot befolyásolja (2. fénykép).



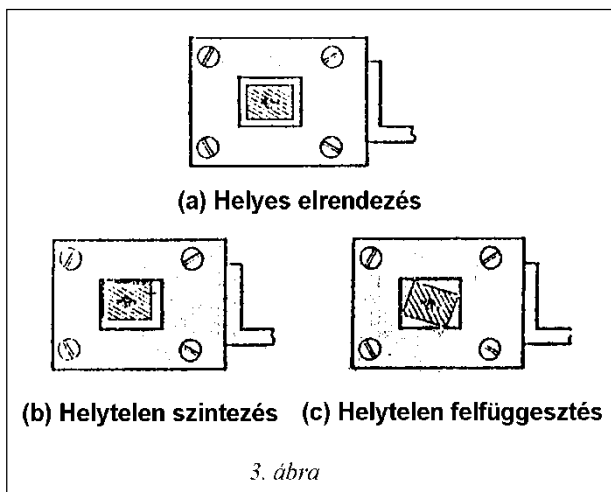
2. fénykép

A kényszerített továbbító zsinór a tartóoszlop tetején található két csiga vajatán áthaladva egy hurokkal kapcsolódik a vizsgálandó rugó egyik végéhez. A rugó másik végéhez a skálával ellátott mérőrúd csatlakozik. Ez a rúd a rezgőmozgást végző "alaptömeg", melynek értéke 50 g.

A mérőkészlethez tartozik még egy 50 g tömegű rézkorong is. A korongot a mérőrúd felső végére lehet elhelyezni. A tartóoszlop középmagasságánál látható a rúdvezető, mely megakadályozza, hogy a rezgés során esetleg oldalirányba nagyon kilendüljön a rendszer. A mérőrúdat a rúdvezető téglalap alakú nyílásán kell átvezetni.

A rúd mozgását ultrahangos távolságmérővel mérjük. A mérőfejet a mérőrúd alá, az asztalra helyezük. Annak érdekében, hogy a kevésbé zajos jelet kapjunk, a mérőrúd aljára vékony kis rézkorongot ragasztunk, így nagyobb felületről verődik vissza az ultrahang. A mérőfej adatait USB porton keresztül visszük egy számítógépre, ahol a Logger Lite 1.4 adatgyűjtő és kiértékelő szoftver megjeleníti a kapott értékeket. A szoftver szokásos ablakos menürendszerű, kezelése pár perc alatt elsajátítható.

A hajtótengelyre szerelt mutató egy optokapu fényútját keresztezi, így fordulatonként egy elektromos impulzust kapunk, amit egy feszültségmérő interfész USB porton keresztül juttat a számítógépre. Ezt a jelet az amplitúdó értékkel együtt jelenítjük meg a képernyő. A két jel fázisá-



nak összevetéséből a kényszerrezgést jellemző fáziskülönbség leolvasható.

Helyes beállítás után a rezgés csillapodása - melyet a légellenállás ill. a berendezés egyes elemei között fellépő súrlódás okoz - igen kicsi. Ezért a csillapítás változtatása (növelése) céljából a következőképpen járhatunk el:

A rúdvezető alá egy U alakú tartóelemet szerelünk, amin két állítható tárcsa van. A tárcsákra korong alakú mágneseket helyezünk. (3. fénykép)



3. fénykép

Ezen mágnespofák között mozog az alumíniumból készült mérőrúd. A mágneses tér hatására a mozgó fémrúd-ban örvényáramok keletkeznek, melyek Joule-hőjének disszipációja okozza a rendszer csillapodását. A mágnespofák közötti távolság csökkentésével a mágneses térerősség növelhető, azaz a disszipáció, vagyis a csillapítás fokozható.

### 2.1 Beállítás

- A. Ha a készülék jól van beállítva, a mérőrúd úgy függ, hogy egyik oldala sem ér hozzá a rúdvezető nyílásának falához (3. ábra). A nem jó a beállítás a 3. ábrán látható "b" vagy "c" esetben fordul elő. A "b" esetet az elektronika doboz változtatható magasságú lábainak megfelelő állításával korrigálhatjuk (vízszintezés). A "c" eset a mérőrúd felfüggesztésével (a függesztő elem elcsavarásával) javítható.
- B. A zsinór hosszának állításával és az állvány tetején levő csavarral pontosan beállítható a mérőrúd pozíciója a rúdvezetőhöz képest

**Figyelem!!!!!!**  
**A mérésre ne felejtse el hozni**  
**pendrive-ot!!!!!!**



## Mérési feladatok

### 1. A rugóállandó mérése

Állítsa be a zsinór hosszát úgy, hogy a mérőrúd skálájának legalsó osztása a rúdvezető felső szintjével egy vonalba essen! Erősítsen egy 25 g-os rézsúlyt a rugóra. Mérje le a rugó sztatikus megnyúlását! Ezután helyezze fel a második rézsúlyt is, és mérje meg az újabb megnyúlást! Számítsa ki a rugó rugóállandóját!

### 2. Csillapítatlan rendszer lengésideje

Ehhez a méréshez szerelje le a csillapító mágnespofákat a rézből készült csavarhúzó segítségével.

Szabályozza be a készüléket! (Beállítás A és B pontok alapján) Állítsa be a zsinór hosszát úgy, hogy a skála közepe legyen a rúdvezetőnél.

Az ultrahangos távolságmérőt helyezze el a mérőrúd alatt az asztalon. A feszültségmérőt csatlakoztassa az optokapu kivezetéséhez.

A mérőrúd aljáról csavarja ki a horgot és ragassza fel a kis körlapot. Húzza a mérőrudat 3 cm-rel az egyensúlyi helyzete alá, aztán engedje el, ezzel egy időben indítsa el a számítógépen az adatgyűjtést. A mérést üres mérőruddal, majd 50 g-os terheléssel is végezze el! Minden mérési beállításnál három mérést végezzen. Az adatgyűjtés idejét úgy válassza meg, hogy 4-5 rezgés beleférjen. Az adatokat a mérésvezető által megadott könyvtáron belül saját alkönyvtárba mentse, megfelelően informatív névvel. Állapítsa meg a rezgések frekvenciáit és vesse össze az 1. pontban megmért D értékkel számoltakkal.

**FIGYELEM!!!** Az adatok menésére két lehetőség van. A *Save As...* esetén Excel-be beolvasva a file-t találunk két adatsort, az első az idő, második a távolság. Ezek egy másik munkalapra áttehetők, a továbbiakban a szokásos módon kezelhetjük. Ha az *Export As* mentési formát választjuk, akkor egy csv file-t kapunk, ami kis macerálás után olvashatóvá válik Excelben. Ez mind a négy adathalmazt (idő, távolság, sebesség, gyorsulás) tartalmazza.

### 3. Kényszerrezgés amplitúdójának és sebesség-amplitúdójának vizsgálata a kényszerítő frekvencia függvényében

A méréseket három különböző csillapítás esetén, mindkét esetben kétféle tömeggel (mérőrúd (50g), mérőrúd + 50 g) végezze el! Szerelje vissza a csillapító mágnespofákat! A kis csillapításhoz a csillapító mágnespofákat egymástól a lehető legtávolabb állítsa be, jegyezze fel a távolságot! A nagy csillapításhoz tekerje a mágnespofákat a lehető legközelebb, de csak annyira, hogy ne érjenek hozzá a mérőrúddhoz! Állítson be egy közepes csillapítást is. Ekkor is mérje meg és jegyezze fel a mágnespofák távolságát!

A kényszerrezgést létesítő motort és az optokapu meghajtó tápegység képe a 4. fényképen látható. A tápegység egyik változtatható feszültségű kimenetét állítsa úgy be, hogy a Voltage fokozatkapcsoló és a forgatógomb nullán (azaz bal oldali végállásba), a Current forgatógomb középpállásban legyen. Az elektronika egység előlapján levő, motor feliratú csatlakozót és a tápegység imént beállított kimenetét kösse

össze a rendelkezésre álló vezetékkel. Az elektronika doboz előlapján levő Optokapu feliratú csatlakozót a megfelelő kábellel kösse össze a tápegység fix 5V-os kimenetével. Ügyeljen a polaritásra!!! **Piros:+, fekete:-** A változtatható kimeneten állítson be kb. 0,5V-ot (ezt a kijelzőn ellenőrizheti), és az excenter tárcsa kis elfordításával segítse a forgás beindulását. A feszültség lassú változtatásával keresse meg a rezonanciafrekvenciát, közben figyelje a kényszerítő frekvencia és a rezgés frekvenciája közötti fáziskülönbség alakulását. Mentse el az egyes beállításokat és ábrázolja az amplitúdót a frekvencia függvényében. Elemezze a mozgást a rezonanciafrekvencián, vizsgálja a meghajtó jel és a létrejött rezgés fázisváltozását a rezonanciához közeledve. Ha rezonancián túl nagy lenne az amplitúdó, akkor csökkentse a kényszererőt az excenter állításával. A méréseket mindkét tömeggel végezze el!

### 4. Csillapítási tényező és jósgági tényező meghatározása

Határozza meg az előző feladat eredményei alapján a csillapítási tényezőket a (6) egyenlet alapján.

### 5. Lebegés vizsgálata

Két, kis mértékben különböző frekvenciájú, szinusz-hullám szuperpozíciójából „lebegés” alakul ki (5. ábra): Ha  $t_A$  időpontban a rezgések éppen fázisban vannak, akkor a hullámok összeadódnak és az eredő rezgés maximális amplitúdójú lesz. Egy későbbi  $t_B$  időpontban azonban a frekvencia különbség miatt a rezgések ellentétes fázisba kerülnek, és egymás hatását csökkentve minimális amplitúdót eredményeznek. Az amplitúdó változások burkológörbéje szintén szinuszos. A burkológörbe frekvenciája  $f_L = (f_1 - f_2)/2$ , ahol  $f_1$  és  $f_2$  a két összetevő rezgés frekvenciája. A differenciálegyenlet megoldása [(8) képlet] tartalmazza a bekapcsolás után kialakuló két fajta frekvenciát. Az egyik szinusz-hullám körfrekvenciája  $\omega'$ , a másiké  $\omega$ . Lebegés akkor figyelhető meg, ha a kényszererő  $\omega$  körfrekvenciája  $\omega'$  közelében van, valamint, ha a csillapodás kicsi. Amint a tranziens elhal, a lebegés is megszűnik. Szerelje le a csillapító mágnespofákat! Erősítse a mérőrúddhoz az 50 g-os súlyt. A motor feszültségét finoman állítva vizsgálja a lebegés jelenségét.



4. fénykép